Sistemas numéricos

Sistema decimal (base 10)

- Utiliza 10 dígitos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
- Es un sistema posicional: el valor numérico de un dígito depende de su posición
- 717.75
- El 7 rojo vale 700.
- El 7 verde vale 7.
- El 7 azul vale 0.7.

En general

- El valor de un dígito se obtiene multiplicando el dígito por la base (en este caso 10) elevado a la posición del dígito.
- La posición se cuenta de forma ascendente a partir del punto decimal hacia la izquierda y de forma descendente hacia la derecha.
- $5272.49 = 5 \times 10^{3} + 2 \times 10^{2} + 7 \times 10^{1} + 2 \times 10^{0} + 4 \times 10^{-1} + 9 \times 10^{-2}$
- $5272.49 = 5000 + 200 + 70 + 2 + 0.4 + 0.09$

Sistema binario (base 2)

- Utilizado internamente por las computadoras.
- Dos dígitos: 0 y 1.
- Es posicional.
- $11001.011_2 = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3}$
- $11001.011_2 = 16 + 8 + 1 + 0.25 + 0.125$
- $11001.011_2 = 25.375_{10}$

Sistema hexadecimal (base 16)

- Se utiliza para representar de forma compacta números binarios.
- Utiliza 16 dígitos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, a, b, c, d, e, f.
- Es posicional.
- $D6C.5AF_{16} = 13 \times 16^2 + 6 \times 16^1 + 12 \times 16^0 + 5 \times 16^{-1} + 10 \times 16^{-2} + 15 \times 16^{-3}$
- $D6C.5AF_{16} = 3328 + 96 + 12 + 0.3125 + 0.0390625 + 0.00366210938$
- $D6C.5AF_{16} = 3436.35522460938_{10}$

Sistema octal (base 8)

- Es una alternativa a la base 16.
- Utiliza 8 dígitos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.
- Es posicional.
- $142.4_8 = 1 \times 8^2 + 4 \times 8^1 + 2 \times 8^0 + 4 \times 8^{-1}$
- $142.4_8 = 64 + 32 + 2 + 0.5$
- $142.4_8 = 98.5_{10}$

Primeros 32 números

base 10	base 2	base 8	base 16	base 10	base 2	base 8	base 16
0	0	0	0	16	10000	20	10
1	1	1	1	17	10001	21	11
2	10	2	2	18	10010	22	12
3	11	3	3	19	10011	23	13
4	100	4	4	20	10100	24	14
5	101	5	5	21	10101	25	15
6	110	6	6	22	10110	26	16
7	111	7	7	23	10111	27	17
8	1000	10	8	24	11000	30	18
9	1001	11	9	25	11001	31	19
10	1010	12	A	26	11010	32	1A
11	1011	13	B	27	11011	33	1B
12	1100	14	C	28	11100	34	1C
13	1101	15	D	29	11101	35	1D
14	1110	16	E	30	11110	36	1E
15	1111	17	F	31	11111	37	1F

Conversiones entre bases

- De base *r* (*r* !=10) a base 10.
- De base 10 a base *r* (*r* !=10).
- De base *r* (*r* !=10) a base *s* (*s* !=10).
- Conversión rápida entre base 2 y base 16.
- Conversión rápida entre base 2 y base 8.

Conversión de base *r* a base 10

- Se multiplica cada dígito por la base elevada a la posición del dígito.
- Dado un número en base *r* con *n* dígitos enteros y *m* dígitos fraccionales: $a_{n-1}a_{n-2}\ldots a_1a_0.b_0b_1\ldots b_{m-2}b_{m-1}$
- La conversión se hace mediante la siguiente ecuación:
- $N = a_{n-1} \text{ x } r^{n-1} + a_{n-2} \text{ x } r^{n-2} + \ldots + a_1 \text{ x } r^1 + a_0 \text{ x } r^0 + b_0 \text{ x } r^{-1} + b_1 \text{ x } r^{-2} + \ldots + b_{m-2} \text{ x } r^{-(m-1)} + b_{m-1} \text{ x } r^{-m}$
- Dónde *N* es el número en base 10.

Ejemplo

- Convertir el número $25A.CC_{16}$ a base 10.
- $N = 2 \text{ x } 16^2 + 5 \text{ x } 16^1 + 10 \text{ x } 16^0 + 12 \text{ x } 16^{-1} + 12 \text{ x } 16^{-2}$
- $N = 512 + 80 + 10 + 0.75 + 0.046875$
- $N = 602.796875_{10}$

Conversión de base 10 a base *r*

- La parte entera y la parte fraccionaria del número se convierten por separado.
- Parte entera:
  - Se divide el número entre *r* apuntando el residuo hasta que el cociente sea 0 .
  - Los dígitos se escriben en forma inversa de como se obtuvieron.

Conversión de base 10 a base *r*

- Parte fraccionaria:
  - Se multiplica el número por *r* y se anota la parte entera.
  - Se toma la parte fraccionaria y se repite el paso anterior hasta que la parte entera sea 0 o se obtenga la precisión deseada.
  - Los dígitos se escriben conforme se obtuvieron.

Ejemplo

- Convertir 26.375 de base 10 a base 2.
- La parte entera es 26.
- La parte fraccionaria es 0.375.

Parte entera

- 26 / 2 → cociente = 13, residuo = 0
- 13 / 2 → cociente = 6, residuo = 1
- 6 / 2 → cociente = 3, residuo = 0
- 3 / 2 → cociente = 1, residuo = 1
- 1 / 2 → cociente = 0, residuo = 1

- Conclusión: $26_{10} = 11010_2$.

Parte fraccionaria

- 0.375 x 2 = 0.75 → entero = 0, fracción = 0.75
- 0.75 x 2 = 1.5 → entero = 1, fracción = 0.5
- 0.5 x 2 = 1 → entero = 1, fracción = 0.0

- Conclusión: $0.375_{10} = 0.011_2$.
- Al unir las dos partes: $26.375_{10} = 11010.011_2$.

Atención

- Hay números que al pasarlos a otra base no tienen una expansión finita.
- Ejemplo: convertir 0.2 de base 10 a base 8.
- La parte entera es 0.

Parte fraccionaria

- 0.2 x 8 = 1.6 → entero = 1, fracción = 0.6
- 0.6 x 8 = 4.8 → entero = 4, fracción = 0.8
- 0.8 x 8 = 6.4 → entero = 6, fracción = 0.4
- 0.4 x 8 = 3.2 → entero = 3, fracción = 0.2
- 0.2 x 8 = 1.6 → entero = 1, fracción = 0.6
- Se repite el ciclo
- Conclusión: $0.2_{10} = 0.1463_{8}$ con 4 cifras significativas.

Conversión de base *r* a base *s*

1. Convertir el número de base *r* a base 10.
2. Convertir el resultado de base 10 a base *s*.

Conversiones rápidas

- De base 16 a base 2: convertir cada dígito hexadecimal usando la tabla siguiente.

Binario	Hexadecimal	Binario	Hexadecimal
0000	0	1000	8
0001	1	1001	9
0010	2	1010	A
0011	3	1011	B
0100	4	1100	C
0101	5	1101	D
0110	6	1110	E
0111	7	1111	F

Conversiones rápidas

- Ejemplo: convertir 72.E5C de base 16 a base 2.
- 7 2 E 5 C
- 72.E5C = 0111 0010 . 1110 0101 1100
- $72.E5C_{16} = 1110010.1110010111_2$, después de quitar los espacios y los ceros superfluos.

Conversiones rápidas

- De base 2 a base 16:
  - Si el número de dígitos de la parte entera no es múltiplo de 4, se agregan ceros a la izquierda.
  - Si el número de dígitos de la parte fraccionaria no es múltiplo de 4, se agregan ceros a la derecha.
  - Se agrupan los dígitos en bloques de 4 a partir del punto decimal.
  - Cada bloque de 4 dígitos se convierte a un número hexadecimal usando la tabla.

Conversiones rápidas

- Ejemplo: convertir 101110.01 de base 2 a base 16.
- Agregar los ceros necesarios:
- 101110.01 = 00101110.0100
- Convertir cada bloque de 4 dígitos:
- 2 E 4
- 0010 1110 . 0100
- $101110.01_2 = 2E.4_{16}$.

Conversiones rápidas

- De base 8 a base 2: convertir cada dígito octal usando la siguiente tabla:

Binario	Octal
000	0
001	1
010	2
011	3
100	4
101	5
110	6
111	7

Conversiones rápidas

- Ejemplo: convertir 147.2 de base 8 a base 2.
- 1 4 7 . 2
- 001 100 111 . 010
- $147.2_8 = 1100111.01_2$ después de quitar los ceros superfluos.

Conversiones rápidas

- De base 2 a base 8: el proceso es semejante a la conversión de base 2 a base 16, la diferencia es que los bloques son de tamaño 3.

Conversiones rápidas

- Ejemplo: convertir 11010.01 de base 2 a base 8.
- Agregar los ceros necesarios.
- 11010.01 = 011010.010.
- Convertir cada bloque de 3 dígitos.
- 011 010 . 010
- 3 2 . 2
- $11010.01_2 = 32.2_8$.