

Ley de Amdahl

Definición

- Evalúa como cambia el rendimiento al mejorar una parte de la computadora.
- Define el speedup (aceleración) que se puede alcanzar al usar cierta mejora:
- $$\text{Speedup} = \frac{\text{Rendimiento al usar la mejora}}{\text{Rendimiento sin la mejora}}$$
- Alternativamente:
- $$\text{Speedup} = \frac{\text{Tiempo de ejecución sin la mejora}}{\text{Tiempo de ejecución con la mejora}}$$

Tiempo de ejecución con la mejora

- $t_{new} = \frac{t_{aff}}{amt} + t_{noaff}$
- Donde:
- t_{new} es el tiempo de ejecución nuevo después de la mejora.
- t_{aff} es el tiempo de ejecución original afectado por la mejora.
- amt es la cantidad de la mejora.
- t_{noaff} es el tiempo de ejecución no afectado por la mejora.

Tiempo de ejecución con la mejora

- $t_{new} = t_{old} \times \left((1 - f_{mejora}) + \frac{f_{mejora}}{S_{mejora}} \right)$
- Donde:
- t_{old} es el tiempo original sin la mejora.
- f_{mejora} es la fracción del tiempo original afectado por la mejora (entre 0 y 1).
- S_{mejora} es el speedup de la mejora.

Ejemplo

- Un programa se tarda 1 minuto de hacer cierta tarea.
- De ese minuto, el programa se tarda 20 segundos ejecutando una función.
- Se cambia el algoritmo de la función y ahora se ejecuta en 12 segundos.
- ¿Cuál es el tiempo de ejecución después del cambio?
- ¿Cuál es el speedup que se obtiene?

Ejemplo

- $t_{old} = 60$
- $f_{mejora} = \frac{20}{60} = 0.333$
- $S_{mejora} = \frac{20}{12} = 1.667$
- $t_{new} = 60 \times \left((1 - 0.333) + \frac{0.333}{1.667} \right)$
- $t_{new} = 60 \times (0.667 + 0.2) = 60 \times 0.867 = 52$

Ejemplo

- $S_{global} = \frac{60}{52} = 1.15$
- El programa mejorado corre 15% más rápido que el original.

Speedup global

- $S_{global} = \frac{t_{old}}{t_{new}}$
- Alternativamente:
- $S_{global} = \frac{1}{(1-f_{mejora}) + \frac{f_{mejora}}{S_{mejora}}}$

Ejemplo

- Un programa tarda 100 segundos en correr.
- El programa pasa 80 segundos en un procedimiento.
- ¿Qué tanto se debe mejorar ese procedimiento para que todo el programa corra 5 veces más rápido?

Ejemplo

- Se utiliza la ley de Amdahl:
- $t_{new} = t_{old} \times \left((1 - f_{mejora}) + \frac{f_{mejora}}{S_{mejora}} \right)$
- Datos del problema:
- $t_{old} = 100$
- $t_{new} = 20$
- $f_{mejora} = \frac{80}{100} = 0.8$
- No se conoce el speedup de la mejora.

Ejemplo

- $20 = 100 \times \left((1 - 0.8) + (0.8/S_{mejora}) \right)$
- $20 = 100 \times (0.2 + 0.8/S_{mejora})$
- $20 = 20 + 80/S_{mejora}$
- $20 - 20 = 80/S_{mejora}$
- $0 = 80/S_{mejora}$
- Conclusión: **no** hay forma de que el programa mejorado corra en 20 segundos.

Corolario de la ley de Amdahl

- El speedup global está limitado por la fracción del programa que se puede mejorar.
- $S_{global} < \frac{1}{1-f_{mejora}}$

Ejemplo

- Se tiene un servidor de Web.
- Se le cambia la CPU por una CPU que es 10 veces más rápida que la antigua.
- Originalmente, el servidor estaba 40% del tiempo haciendo cálculos y 60% ociosa esperando I/O.
- ¿Cuál es el speedup global con la nueva CPU?

Ejemplo

- Fracción que se puede mejorar: $f_{mejora} = 0.4$
- Speedup de la mejora: $S_{mejora} = 10$
- El corolario de la ley de Amdahl limita el speedup global:
- $S_{global} < \frac{1}{1-0.4} = 1.667$
- Usando la ley de Amdahl, el speedup global es:
- $S_{global} = \frac{1}{(1-0.4) + \frac{0.4}{10}} = 1.556$
- El servidor con la nueva CPU es 55.6% más rápido que el servidor con la antigua CPU.

Aplicaciones

- La ley de Amdahl se puede usar para comparar entre dos opciones.
- Se quiere mejorar un programa que hace ciertos cálculos. Hay dos opciones:
- Comprar un chip que acelera el 20% del programa 10 veces.
- Recodificar el 50% del programa para que corra 1.6 veces más rápido.
- ¿Qué opción ofrece mejor speedup?

Opción 1

- $f_{mejora} = 0.2$
- $S_{mejora} = 10$
- $S_{global} = \frac{1}{(1-0.2) + \frac{0.2}{10}} = 1.219$
- La opción de comprar un chip ofrece un speedup de 21.9%.

Opción 2

- $f_{mejora} = 0.5$
- $S_{mejora} = 1.6$
- $S_{global} = \frac{1}{(1-0.5) + \frac{0.5}{1.6}} = 1.231$
- La opción de recodificar ofrece un speedup de 23.1%.
- Conclusión: no hay mucha diferencia entre 21.9% y 23.1%.
- Hay que considerar otros factores en la decisión.

Aplicaciones

- La ley de Amdahl se puede usar en otros estudios.
- Un sistema de discos en un centro de cómputo tiene varios componentes.
- Cuando se presenta una falla, el porcentaje de que sea uno de los componentes es como sigue:

Componente	Porcentaje
Discos	43%
Controlador SCSI	9%
Fuente de poder	22%
Abanico	22%
Cable SCSI	4%

Aplicaciones

- Un estudio determina que instalando otra fuente de poder eleva la confiabilidad (tiempo medio entre fallas) de las fuentes de poder en 4,150 veces.
- ¿Qué tanto se eleva la confiabilidad de todo el sistema de discos?

Respuesta

- La ley de Amdahl se puede adaptar:

- $$C_{global} = \frac{1}{(1-f_{mejora}) + \frac{f_{mejora}}{C_{mejora}}}$$

- Fracción que se puede mejorar: $f_{mejora} = 0.22$

- Confiabilidad de la mejora: $C_{mejora} = 4150$

- Confiabilidad global:
$$C_{global} = \frac{1}{(1-0.22) + \frac{0.22}{4150}} = 1.28$$

- El sistema con 2 fuentes de poder es 28% más confiable que con una fuente.